

喫水線上の船型の影響を考慮した 波浪中抵抗増加の計算

—第 3 報：挿間法—

升也 利一*

**Calculation of the added resistance in waves taken into
account of the effects of the above water hull forms**

- 3rd report: Interpolation method -

Toshikazu MASUYA*

* 独立行政法人 水産総合研究センター 水産工学研究所

National Research Institute of Fisheries Engineering,
Fisheries Research Agency

Abstract

In previous papers, the author had proposed two prediction methods of resistance increase in high head seas. The first method had been derived under the long incident wave assumption, and the second one had been done under the short incident wave assumption. Also in another report, the author has discussed about the steady wave resistance component in high head seas by numerical computation.

In this paper, the author proposes a prediction method that is derived as the interpolation with the two previous prediction methods, and examines the method by numerical computations for two mathematical hull forms with wall side and flare. The numerical results show that the flared hull gives greater resistance than the wall side hull, and that the resistance increase coefficients decrease with increasing incident wave height.

1 緒言

著者はこれまで、喫水線上の船型が波浪中の船体抵抗に与える影響を推定することを目的に、細長船理論に基づいた大波高向い波中の船体抵抗の近似推定式を提案した[1]～[3]。本研究では、大波高波浪下における喫水線上の船型の影響を扱うため、伝搬に伴って波高が減少している船体から離れた流場、即ち

外部問題の流場は時間領域の線形流場として取り扱い, 船体近傍の流場, 即ち内部問題の流場については, 自由表面条件は線形化するが入射波及び船体動揺の有限振幅影響を考慮する所謂Body Nonlinear問題として定式化を行い, 両者の解を接合することによって, 噫水線上の船型の影響を考慮した波浪中抵抗増加の推定式を導いている。本研究で提案した推定法は, 船体近傍流場に非線形性を考慮することから時間領域問題として記述を始めるが, 流場の周期性を利用することにより, 周波数領域と同じ取り扱いが可能である。

本研究の第1報[1]では入射波が長波長であると仮定して近似した波浪中抵抗増加の推定式を, 第2報[2]では短波長を仮定した推定式を提案し, 数式船型に対する数値計算からフレアなど喫水線上の船型が波浪中の抵抗増加に与える影響について考察した。また別報[3]では, 大波高波浪中の定常造波(所謂Kelvin波)成分による船体抵抗(文献[3]では波浪中の造波抵抗と称している)を取り上げ, 波長と波高, 噫水線上の船型による変化を, 没水体近似を用いた数値計算によって検討した。これらの推定法は, 薄い船の仮定を用いて導いた推定法[4]を, 再度細長船の仮定の下に見直したものである。

ところで, 第1報の長波長近似による推定式と, 第2報の短波長近似による推定式とを比べてみると, 短波長近似の抵抗増加推定式は, 長波長近似の抵抗増加推定式の短波長極限として導かれ, 逆に長波長近似の吹出し分布は, 短波長近似の吹出し分布の長波長極限として得られることがわかる。この性質を利用すれば, 非定常流体力の挿間理論[5], [6]と同様に, 短波長近似式と長波長近似式を内挿し, 全波長域においてより良好な結果を与える推定式を構成することが可能であると考えられる。本論文では, 大波高波浪中の抵抗増加の推定式について, このような挿間法を構成し, 第1, 2報で取り上げた数式船型に対する数値計算により, 推定法の妥当性を検証した結果について報告する。

なお, 第1, 2報で用いた推定式には一部の高次項を欠くという誤りがあり, 訂正すると共に, 改めて斜波中に拡大した定式化を付録1に示す。付録1では, 波浪中の船体抵抗を与える推定式を導くにあたって, 流場を時間領域の周期的な線形流場と仮定しているが, 本研究の推定法では, 吹出し分布を与える内部解をBody Nonlinear問題として取り扱うために, 両者の接合によって確定される波浪中抵抗増加の推定式には高次の項が存在する。

2 定式化

2.1 周期的な流場に対する時間領域の波浪中抵抗増加推定式

座標系を Fig. 1 のようにとり, x 軸は船首方向, y 軸は左舷方向, z 軸は鉛直上向きを正とし, U を船の前進速度, g を重力加速度, ω を入射波角周波数,

K_0 ($= g/U^2$) を定常造波の波数, K ($= \omega^2/g$) を入射波波数, ω_e ($= \omega + UK$) を出会い角周波数, K_e ($= \omega_e^2/g$) を出会い波波数, T_e ($= 2\pi/\omega_e$) を出会い周期, Ω_e ($= \omega_e U/g$) を出会い角周波数に対する花岡のパラメータとする。

付録1の(A39)式で向い波の状態を考え、座標系の違いに注意すると、船体の造波による抵抗は次式のように表される。

$$R = \sum_{n=0}^{\infty} R_n \quad (1)$$

$$R_0 = \frac{\rho}{\pi} \int_{K_0}^{\infty} |H_0(k)|^2 \frac{k^2 / K_0}{\sqrt{k^4 / K_0^2 - k^2}} k dk \quad (2)$$

$$R_n = \frac{\rho}{\pi} \left\{ - \int_{-\infty}^{k_{1n}} + \int_{k_{2n}}^{k_{3n}} + \int_{k_{4n}}^{\infty} \right\} |H_n(k)|^2 \frac{\kappa_{en}^2}{\sqrt{\kappa_{en}^2 - k^2}} (k + nK) dk, \quad (n \geq 1) \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} k_{1n} \\ k_{2n} \end{aligned} \right\} = -\frac{K_0}{2} (1 + 2n\Omega_e \pm \sqrt{1 + 4n\Omega_e}), \quad \left. \begin{aligned} k_{3n} \\ k_{4n} \end{aligned} \right\} = \frac{K_0}{2} (1 - 2n\Omega_e \mp \sqrt{1 - 4n\Omega_e}) \quad (4)$$

ここで、 $\kappa_{en}(k) = (n\omega_e + U k)^2 / g$ である。 H_n は周波数領域の Kochin 関数に相当する量で、前報[1]、[2]と同様に n 次の Kochin 関数と呼ぶ。 k_{in} ($i=1 \sim 4$, $n=0,1,2,\dots\infty$) は(4)式のように定義され、 $n\Omega_e > 1/4$ のとき $k_{3n} = k_{4n}$ である。また、 $\tau_{en} = n\omega_e / U = n\sqrt{K_0 K_e}$ で定義される τ_{en} とは、 $k_{1n} < -\tau_{en} < k_{2n} \leq k_{3n} \leq k_{4n}$ の大小関係がある。なお、前 2 報[1]、[2]で欠落していたのは、(3)式小括弧内の nK について $n \geq 2$ となる高次の項であり、ここに訂正する次第である。

内部問題の性質から時間領域問題として取り扱う必要があるため、(1)式は付録 1 に示すように、周期的な時間領域の線形流場に対して求められた無限級数の形で表されている。なお本研究では、線形流場の波浪中抵抗増加に対応する量として、次式で定義される R_{AW} を考えている。

$$R_{AW} = \sum_{n=1}^{\infty} R_n \quad (5)$$

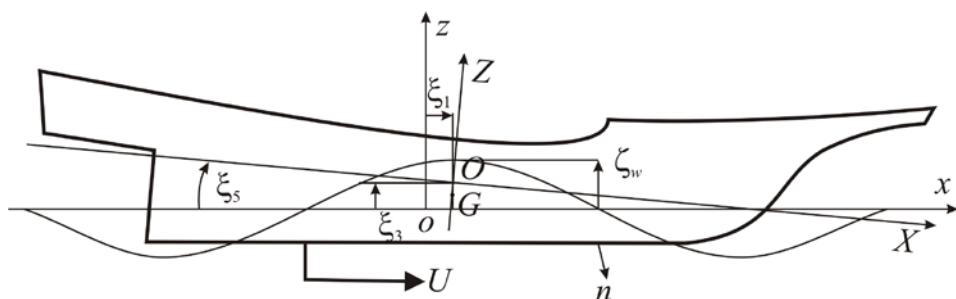


Fig. 1 Coordinate systems and variable definitions.

細長船理論に基づいて、 ε を $\varepsilon \ll 1$ の微小量とするとき、船の長 L 、幅 B 、喫水 d が $B/L = O(\varepsilon)$ 、 $d/L = O(\varepsilon)$ となる細長船の仮定、船の前進速度のパラメータを $K_0 L = O(1)$ とする仮定、入射波を大振幅規則波の向い波とし、波振幅 ζ_a を $\zeta_a/d = O(1)$ 、船体動揺 $\xi_j(t)$ 、($j=1$:surge, $=3$:heave, $=5$:pitch)を、 $\xi_j/d = O(1)$ 、 $\xi_3/d = O(1)$ 、 $\xi_5 L/d = O(1)$ と置く仮定、解析する船体の長さ方向の範囲を $x/L = O(1)$ とする仮定(この仮定から、 $kL = O(1)$ が仮定されたことになる)は、第1報の長波長近似[1]、第2報の短波長近似[2]と同様である。

緒言で述べた波浪中抵抗増加の推定式と吹出し分布の性質から、著者は当初、長波長近似の抵抗増加推定式に短波長近似の吹出し分布を用いることで、両者を内挿する推定法が得られるものと考えていた。しかしながら試計算の結果、短波長近似で計算される吹出し分布は、前報[2]のFig. 5に示したように、長波長近似の吹出し分布よりも変化が激しく、特に短波長域では波数 k に関する数値積分の収束性が著しく悪化した。また、文献[7]で用いた吹出し分布を人為的に水面下に下げる方法は、推定値が著しく過小評価されるほど没水深度を深くとらなければ結果が安定せず、有効ではなかった。一般に、(2)、(3)式において数値積分の収束性を保証するには、船体による攪乱を表す吹出し分布に強い制約が課せられ、漁船ではよく見られる船尾後端から流れが剥離するような場合には、船尾より後方に生じる空洞流れのモデル化が必要となるなどの問題も生ずる。このため、以下のように、(3)式の見直しを行った。

(3)式において積分の収束性が問題となるのは、積分区間 $(-\infty, k_{1n}]$ と $[k_{4n}, \infty)$ の2つの半無限区間の積分項である。そこで、これらの項をそれぞれ次のように変形する。

$$\begin{aligned} -\frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{k_{1n}} |H_n|^2 \frac{\kappa_{en}}{\sqrt{\kappa_{en}^2 - k^2}} (k + nK) dk &= -\frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{-\tau_{en}} |H_n|^2 (k + nK) dk \\ &+ \frac{\rho}{\pi} \int_{k_{1n}}^{-\tau_{en}} |H_n|^2 (k + nK) dk - \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{k_{1n}} |H_n|^2 \left(\frac{\kappa_{en}}{\sqrt{\kappa_{en}^2 - k^2}} - 1 \right) (k + nK) dk \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\pi} \int_{k_{4n}}^{\infty} |H_n|^2 \frac{\kappa_{en}}{\sqrt{\kappa_{en}^2 - k^2}} (k + nK) dk &= \frac{\rho}{\pi} \int_{-\tau_{en}}^{\infty} |H_n|^2 (k + nK) dk \\ &- \frac{\rho}{\pi} \left[\int_{-\tau_{en}}^{k_{2n}} + \int_{k_{2n}}^{k_{3n}} + \int_{k_{3n}}^{k_{4n}} \right] |H_n|^2 (k + nK) dk + \frac{\rho}{\pi} \int_{k_{4n}}^{\infty} |H_n|^2 \left(\frac{\kappa_{en}}{\sqrt{\kappa_{en}^2 - k^2}} - 1 \right) (k + nK) dk \end{aligned} \quad (7)$$

(6)、(7)式右辺を(3)式に代入し、 $s_n(k) = \text{sgn}(n\omega_e + U k)^2 / g$ と置いて整理すると、(3)式は次のように表される。

$$\begin{aligned}
R_n &= \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_n |H_n|^2 (k + nK) dk - \frac{\rho}{\pi} \left[\int_{k_{1n}}^{k_{2n}} + \int_{k_{3n}}^{k_{4n}} \right] s_n |H_n|^2 (k + nK) dk \\
&\quad + \frac{\rho}{\pi} \left[\int_{-\infty}^{k_{1n}} + \int_{k_{2n}}^{k_{3n}} + \int_{k_{4n}}^{\infty} \right] s_n |H_n|^2 \left(\frac{\kappa_{en}}{\sqrt{\kappa_{en}^2 - k^2}} - 1 \right) (k + nK) dk
\end{aligned} \tag{8}$$

上式右辺第 2 項は有限区間の積分であり、第 3 項は半無限区間の積分を含んでいるが、 $k \rightarrow \pm\infty$ のとき $\kappa_{en}(k)/\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2} - 1 \rightarrow 0$ となるので、これら 2 項の積分は収束する。従って、積分の収束性の問題は(8)式右辺第 1 項に集約される。

(8)式右辺第 1 項において、 k に関する積分は、第 1 報[1]の(10)式から、 $H_n(k)$ が次式のように x 軸上の吹出し分布 $\Sigma_n(x)$ で表されることと、

$$H_n(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma_n(x) e^{ikx} dx \tag{9}$$

上式より $k = -i\partial/\partial x$ であることを考慮すると、(8)式右辺第 1 項の k に関する積分は、次のように書くことができる(付録 2 参照)。

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_n e^{ikx} (k + nK) dk = 2 \left(\frac{\partial}{\partial x} + inK \right) \frac{e^{-i\tau_{en}x}}{x} \tag{10}$$

(10)式右辺を(8)式右辺第 1 項に代入し、 $x \rightarrow \pm\infty$ のとき $\Sigma_n(x) \rightarrow 0$ であることを考慮して部分積分すると、

$$\begin{aligned}
\frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_n |H_n|^2 (k + nK) dk &= 2 \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma_n(x) \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\Sigma_n(x')} \left(\frac{\partial}{\partial x} + inK \right) \frac{e^{-i\tau_{en}\tilde{x}}}{\tilde{x}} dx' dx \\
&= 2 \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -\frac{\partial \Sigma_n(x)}{\partial x} + inK \Sigma_n(x) \right\} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\Sigma_n(x')} \frac{e^{-i\tau_{en}\tilde{x}}}{\tilde{x}} dx' dx
\end{aligned} \tag{11}$$

ここで、 $\tilde{x} = x - x'$ であり、 $\overline{\quad}$ を付した量は複素共役を表すものとする。さらに、(11)式右辺を変形して、

$$\begin{aligned}
&= 2 \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -\frac{\partial \Sigma_n(x)}{\partial x} + inK \Sigma_n(x) \right\} \int_{-\infty}^{\infty} \{ \overline{\Sigma_n(x')} - \overline{\Sigma_n(x)} \} \frac{e^{-i\tau_{en}\tilde{x}}}{\tilde{x}} dx' dx \\
&\quad + 2 \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -\frac{\partial \Sigma_n(x)}{\partial x} + inK \Sigma_n(x) \right\} \overline{\Sigma_n(x)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\tau_{en}\tilde{x}}}{\tilde{x}} dx' dx
\end{aligned} \tag{12}$$

とすれば、(12)式右辺第 1 項は、 $\tilde{x} = 0$ のとき中括弧内もゼロとなるので積分は収束する。(12)式右辺第 2 項の x' に関する積分は、 $\tilde{x} = \xi$ と変数変換すると、 $\text{si}(x)$ を積分正弦関数として、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\tau_{en}\tilde{x}}}{\tilde{x}} dx' = -i2 \int_0^{\infty} \frac{\sin(\tau_{en}\xi)}{\xi} d\xi = i2 \text{si}(0) = -i\pi \tag{13}$$

となる。(13)式右辺を(12)式右辺第 2 項に代入して整理すると、(11)式は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_n |H_n|^2 (k + nK) dk &= i2 \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ i \frac{\partial \Sigma_n(x)}{\partial x} + nK \Sigma_n(x) \right\} \int_{-\infty}^{\infty} \{ \overline{\Sigma_n(x')} - \overline{\Sigma_n(x)} \} \frac{e^{-i\tau_{en}\tilde{x}}}{\tilde{x}} dx' dx \\ &\quad + 2\rho \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ i \frac{\partial \Sigma_n(x)}{\partial x} + nK \Sigma_n(x) \right\} \overline{\Sigma_n(x)} dx \end{aligned} \quad (14)$$

短波長近似[2]の場合には、 $K_e L = O(\epsilon^{-1})$ と動揺の角周波数が大きいため、 $s_n(k) \sim 1$ となり、(8)式右辺第 1 項は、 $\delta(x)$ を Dirac のデルタ関数として、

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H_n|^2 (k + nK) dk &= \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma_n(x) dx \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\Sigma_n(x')} \left(-i \frac{\partial}{\partial x} + nK \right) \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik\tilde{x}} dk dx' \\ &= 2\rho \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ i \frac{\partial \Sigma_n(x)}{\partial x} + nK \Sigma_n(x) \right\} dx \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\Sigma_n(x')} \delta(\tilde{x}) dx' \\ &= 2\rho \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ i \frac{\partial \Sigma_n(x)}{\partial x} + nK \Sigma_n(x) \right\} \overline{\Sigma_n(x)} dx \end{aligned} \quad (15)$$

と表される。(15)式右辺は(14)式右辺第 2 項に一致しており、(14)式には短波長近似の結果が含まれていること、(14)式右辺第 1 項と(8)式右辺第 2, 3 項は長波長領域での寄与を表すことがわかる。(14)式を(8)式に代入し、(10)式の関係を用いて x に関して部分積分すると、最終的に次式が得られる。

$$\begin{aligned} R_n &= 2\rho \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ i \frac{\partial \Sigma_n(x)}{\partial x} + nK \Sigma_n(x) \right\} \overline{\Sigma_n(x)} dx \\ &\quad + i2 \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ i \frac{\partial \Sigma_n(x)}{\partial x} + nK \Sigma_n(x) \right\} \{ \overline{\Sigma_n(x')} - \overline{\Sigma_n(x)} \} \frac{e^{-i\tau_{en}\tilde{x}}}{\tilde{x}} dx' \\ &\quad + \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ i \frac{\partial \Sigma_n(x)}{\partial x} + nK \Sigma_n(x) \right\} \overline{\Sigma_n(x')} \left[\int_{k_{1n}}^{-\tau_{en}} - \int_{-\tau_{en}}^{k_{2n}} - \int_{k_{3n}}^{k_{4n}} \right] e^{ik\tilde{x}} dk dx' \\ &\quad - \frac{\rho}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ i \frac{\partial \Sigma_n(x)}{\partial x} + nK \Sigma_n(x) \right\} \overline{\Sigma_n(x')} \left[\int_{-\infty}^{k_{1n}} - \int_{k_{2n}}^{k_{3n}} - \int_{k_{4n}}^{\infty} \right] \left(\frac{\kappa_{en}}{\sqrt{\kappa_{en}^2 - k^2}} - 1 \right) e^{ik\tilde{x}} dk dx' \end{aligned} \quad (16)$$

以下では n 次の波浪中抵抗増加成分の推定式として(3)式の代わりに(16)式を用い、次節で述べる内部解の吹出し分布との接合によって $\Sigma_n(x)$ を確定する。

2.2 x 軸上の吹出し分布

前報[2]の短波長近似式では、運動モード毎の吹出し分布を $\sigma_{jn}(x)$ と書くとき、

$$\sigma_{jn}(x) = \frac{1}{T_e} \int_{-T_e/2}^{T_e/2} \int_C V_j \left(n_j - \varphi_j \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{-n^2 K_e(z-iy)} dC e^{-in\omega_e t} dt, \quad (j=1,3,5,7) \quad (17)$$

と表された。ここで、 n_j は船体表面外向きに立てた法線ベクトルの j モード運動方向成分、 $C(x; t)$ は断面 x の時刻 t における没水部外周、 $\varphi_j(x; y, z)$ は単位速度ボンシャルを表し、時々刻々の没水部船体表面上で次の条件を満足する。

$$\frac{\partial \varphi_j}{\partial n} = n_j \text{ on } C(x; t) \quad (18)$$

但し、ディフラクションポテンシャルに対応する n_j は次のように定義する。

$$n_j = (in_1 + n_3) e^{Kz} \text{ on } C(x; t) \quad (19)$$

また、 $V_j(x; t)$ は船体と流体の時々刻々の相対速度であり、次のように表される。

$$V_1(t) = -U - \dot{\xi}_1, \quad V_3(t) = \dot{\xi}_3, \quad V_5(x; t) = -(x - x_G) \dot{\xi}_5, \quad V_7(x; t) = i\omega \zeta_a e^{-iKx} \quad (20)$$

上式において、 $\dot{\xi}_j = d\xi_j / dt$ である。

今、(17)式において $K_e L = O(1)$ の長波長を考え、高次となる項を省略すると、(17)式は次のように近似される。

$$\sigma_{jn}(x) \sim \frac{1}{T_e} \int_{-T_e/2}^{T_e/2} \int_C V_j n_j dC e^{-in\omega_e t} dt \quad (21)$$

この式は第 1 報[1]の長波長近似の吹出し分布を与える式に一致しており、船体の幾何学的な形状と船体と流体の相対速度のみによって吹出し分布が決定される。このように、吹出し分布 $\sigma_{jn}(x)$ に関しては、短波長近似の長波長極限として長波長の吹出し分布が与えられる。換言すれば、短波長近似の吹出し分布は、長波長近似の吹出し分布の表現を含んでいる。

但し、このことは、文献[2]の(24)式からも明らかのように、 $n \geq 1$ の場合に成り立つことであり、文献[3]で扱った $n = 0$ の場合は含まれていない。(17)式を短波長の仮定の下で求めれば、 $n = 0$ の波長無限大の場合が含まれないのは当然の結果といえる。 $n = 0$ の場合、即ち $K_e L = 0$ の場合は、基になる船体近傍の速度ポテンシャル $\varphi_j(x; y, z)$ の表す流れは、水面が剛壁で表される二重模型流れとなるが、 $K_e L = O(\varepsilon^{-1})$ の場合は、逆鏡像流れに水面の波動が加わった流れとなり、 $K_e L \rightarrow 0$ の極限では $\varphi_j(x; y, z)$ が対数的に発散することからも明らかである。

本論文では長波長近似式と短波長近似式を内挿する挿間法の構成を試みたが、本研究で用いた仮定の下では、大波高中で生じる定常造波成分、即ち $n = 0$ の場合については文献[3]に示すような扱いとなり、この成分を含む一貫した挿間法は構成が難しいといわざるを得ない。

本論文では、短波長近似式の場合と同様に、次の条件により(17)式で求めた $\sigma_{jn}(x)$ と(16)式の $\Sigma_n(x)$ を、次の接合条件により接合する。

$$\Sigma_n(x) = \sum_j \Sigma_{jn}(x) \quad (22)$$

$$\Sigma_{jn}(x) = \sigma_{jn}(x) \quad (23)$$

長波長近似式で述べたように、長波長領域では、船長方向の 3 次元影響に起因するもう一つの接合条件(第 1 報[1] (39)式の第 2 式)を考慮して吹出し分布を決定すべきであるが、接合条件から導かれる積分方程式は実用船舶の船首尾端部の形状に対しては適合しないため、本論文においても考慮しない。

なお、数値計算に用いる $\sigma_{jn}(x)$ の計算法は、第 2 報の短波長近似式[2]で述べた数値計算法と同一であり、今回の数値計算においても第 2 報の $\sigma_{jn}(x)$ の計算結果を用いており、内容は第 2 報と重複するため詳細は省略する。

3 数式船型に対する数値計算

前 3 報[1]～[3]と同様に、Journée[8]の modified Wigley 船型 Type-A, Type-E を対象船型とし、第 2 報[2]と同様に、甲板冠水や船底露出が起こらない船長波高比 $L/H = 100, 50, 33$ の場合について数値計算を行った。

Table1 と Fig. 2 に両船型の主要寸と正面線図を示す。Table1において、 L は船長、 B_w は喫水線幅、 d は喫水、 D は深さを表しており、Fig. 2 は船長の $L/20$ 每の断面を示している。Type-A と Type-E は喫水線下の船体は同一船型であるが、喫水線上の船体は、Type-A が垂直舷側、Type-E はフレア付き舷側をもつ、何れ

Table 1 Principal dimensions of the two type modified Wigley hull forms.

Hull Type	L	B_w	d	D
A, E	1	0.1	0.0625	0.125

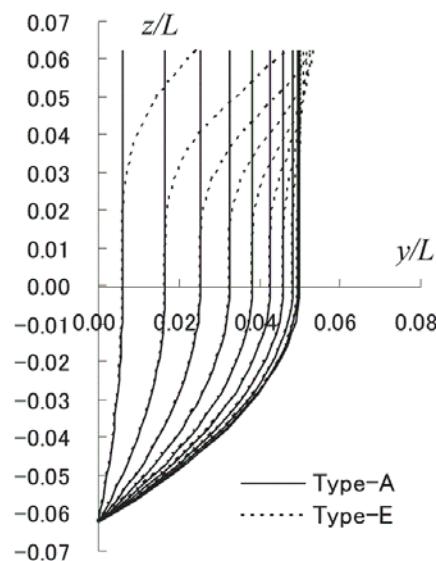


Fig. 2 Body plans of two type modified Wigley hull forms.

も前後対称な船型である。

数値計算に必要となる船体運動は、前 3 報[1], [2], [3]と同様に、Journée のレポート[8]から読み取った上下揺れと縦揺れについての実験結果を、入射波波高に対して動揺振幅は線形に変化すると仮定して用いた。時々刻々の船体の没水形状を判定する相対水位の計算法は第 1 報で、2 次元流体力の計算法は第 2 報で詳述しており、本論文においてもこれら前 2 報と同一の方法を用いている。

Fig. 3 に Type-A 船型に対する Froude 数 0.2 の波浪中抵抗増加の計算結果を、

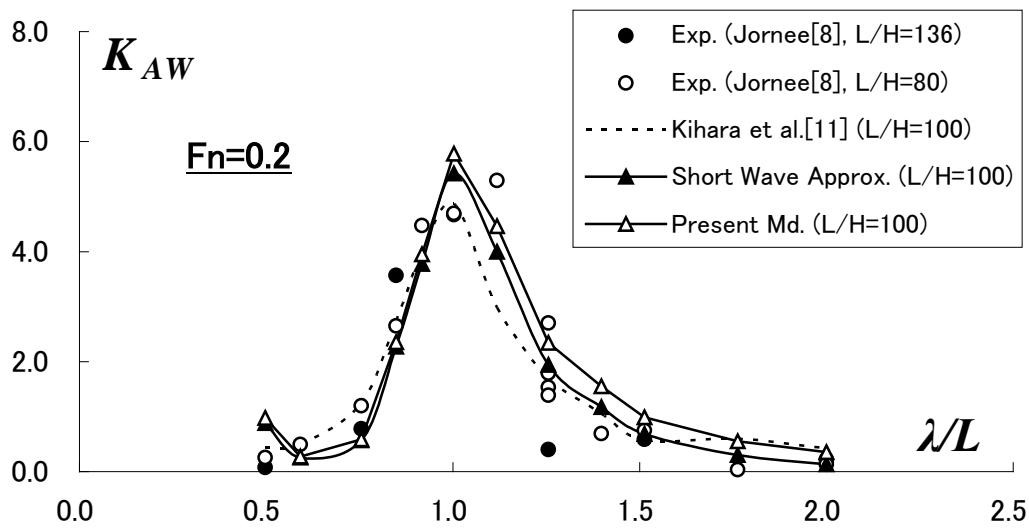


Fig. 3 Comparison of the added resistance for the type-A hull form between the present method, experiments by Journée[8], calculation results of Kihara et al. [11] and the short wave approximation at Froude number 0.2.

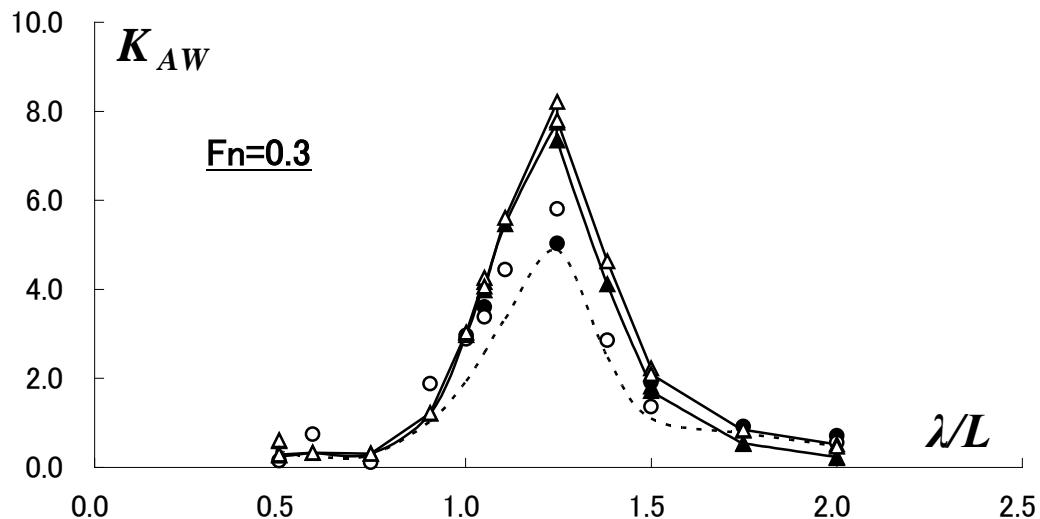


Fig. 4 Comparison of the added resistance for the type-A hull form between the present method, experiments by Journée[8], calculation results of Kihara et al. [11] and the short wave approximation at Froude number 0.3.

Fig. 4 に Froude 数 0.3 の結果を, 微小波高の場合について示す。両図において, 横軸は波長船長比 λ/L , 縦軸は次式に示す抵抗増加係数 K_{AW} である。

$$K_{AW} = \frac{R_{AW}}{4\rho g \zeta_a^2 (B_w^2/L)} \quad (24)$$

Fig. 3, 4 には, Journée による実験値[8], 木原らによる計算値[11], 今回高次項を含めて修正計算を行った短長波長近似による推定値を比較のため示している。本計算法では長波長域において若干の改善がなされている。ピーク値は Froude 数 0.3 の場合に過大推定となっているが, 柏木[9]の線形理論に基づく研究からは, 2.2 節で述べたように, 第 2 の接合条件を省略したこと, 換言すれば吹出し分布に 3 次元影響を考慮していないことが原因と考えられる。

Fig. 5 は, 大波高の場合について, Type-A 船型と Type-E 船型の船長波高比 L/H を変化させた場合の波浪中抵抗増加の推定結果を示す。ここで H は波高であり, $H = 2\zeta_a$ の関係がある。長波長近似, 短波長近似の推定結果と傾向は一致しており, 噫水線上の船型が影響を与える大波高では, フレア付きの Type-E 船型の方が垂直舷側の Type-A 船型よりも抵抗増加量の大きいこと, 波高の増大に伴って抵抗増加係数が小さくなる傾向のあることなどがわかる。

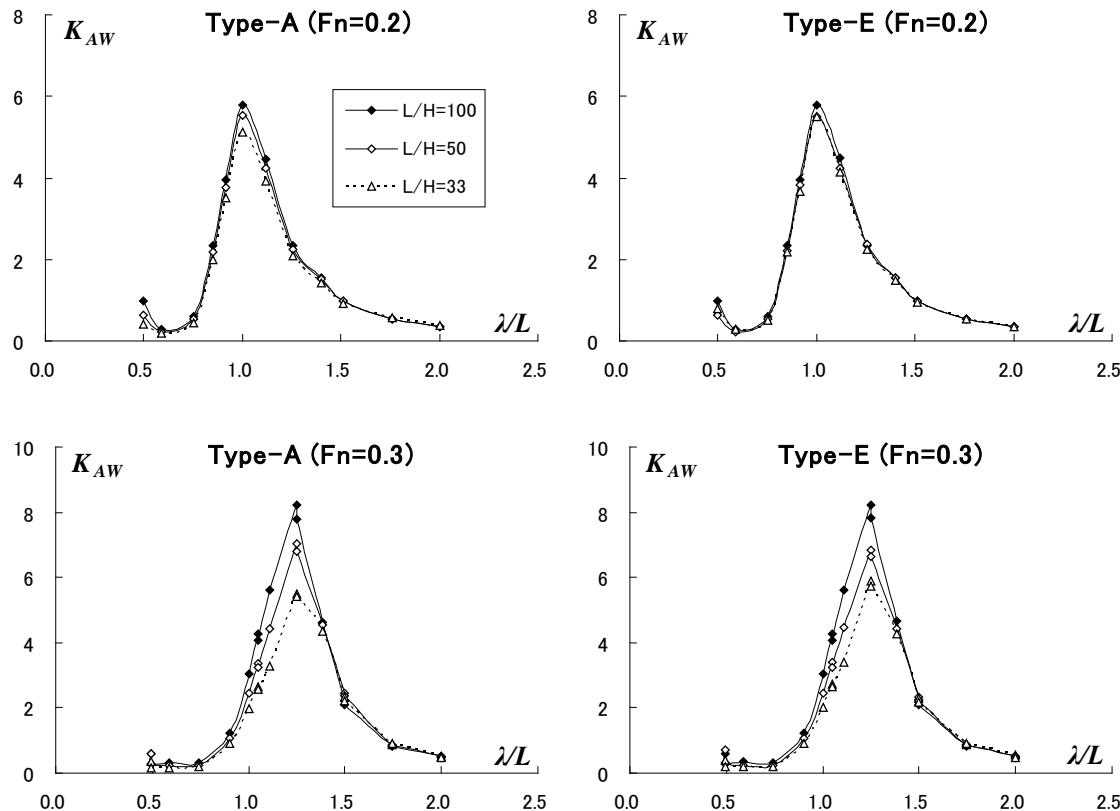


Fig. 5 Comparison of added resistance in waves between the type-A wall side hull (left side charts) and the type-E flare hull (right side charts).

4 結言

本論文では、第 1 報[1]の長波長近似式と第 2 報[2]の短波長近似式の間を内挿する挿間法を構成し、数値計算によりその妥当性を検証した。細長船理論は波長(周波数)に対する仮定によって、主要項の定義する流場の境界値問題が異なる[10]ことから、全波長(周波数)にわたる統一的な表現を得ることはできない。このような事情から、線形非定常流体力の推定法では、丸尾[5], [6]によって短波長近似と長波長近似を内挿する挿間理論が提案された。本研究においても船体抵抗の推定式を構成するに当たって波長に対する取り扱いはこれに倣い、最初に長波長近似式、次に短波長近似式を求め、最後に本論文において両者を内挿する挿間法を構成した。挿間法による計算結果は、短波長近似の場合と大きく変わらず、長波長においてもその差異はあまり大きくはなかった。

喫水線上の船型の影響を考慮するには、時々刻々の船体没水部の形状変化を考慮して流場の非線形性を取り扱う必要があり、通常用いられる線形流場を仮定した理論では対応困難である。しかしながら、本研究の結果、あるいはその基礎となる文献[4]の結果から明らかなように、大波高下における流場の非線形性を考慮した場合、線形流場のように平水中の造波抵抗と波浪中の抵抗増加が分離できないため、何れか一方だけを取り上げることが不可能になる。このため、船体抵抗の推定法にも波浪中の抵抗全体を推定できることが要請される。

しかし一方で、平水中の造波抵抗に相当する抵抗成分を定量的に推定することは容易ではなく、このことがこの問題の取り扱いを非常に難しくしている。本研究では、木原[11]の研究を参考にして便宜的に平水中の造波抵抗と波浪中の抵抗増加を分離したが、文献[3]で述べたように、平水中の造波抵抗に相当する Kelvin 波の造波による抵抗成分も、入射波や船体の動搖の影響を受けて変化する。これらのことから、今後は実験値との対比を重ね、工学的に取り扱い易く、かつ物理的にも妥当と考えられる抵抗成分の分離法を検討する必要がある。

第 1 報の長波長近似[1]、第 2 報の短波長近似[2]、波浪中の造波抵抗を扱った文献[3]、及び本論文の挿間法によって、漁船の喫水線上の船型を波浪中の造波による船体抵抗の面から検討する推定法と、その数値計算プログラムが整備された。これらのプログラムの計算時間は、ノートパソコン(CPU: Core2 Duo, 1.06GHz, RAM: 1.99GB)を用いて 1 ケース 10 数秒～2 時間程度であり、設計現場においても大きなストレス無く利用可能であると考えられる。

本研究と並行して 4 隻の実船に喫水線上の船首部に楔状の付加物の増設工事が行われて省エネ効果を挙げており、また現在、同様の省エネ付加物の装着を設計段階から盛り込んだ 2 隻が建造中[12]である。本研究の成果は、今後この

ような漁船の喫水線上の船型や付加物の検討に活用する予定である。

なお、本論文の数値計算には、農林水産研究情報総合センターの分散並列型クラスタシステムを使用したことを付記する。

参考文献

- [1] 升也利一： 喫水線上の船型の影響を考慮した波浪中抵抗増加の計算－第 1 報：長波長入射波の場合－，数理水産科学，6，(2008)，pp. 40-57.
- [2] 升也利一： 喫水線上の船型の影響を考慮した波浪中抵抗増加の計算－第 2 報：短波長入射波の場合－，数理水産科学，9，(2011)，pp. 13-28.
- [3] 升也利一： 大波高向い波中の造波抵抗について，数理水産科学，9，(2011)，pp. 1-12.
- [4] 升也利一： 大波高向波中を航行する薄い船に働く流体力と船体運動の計算法，水産工学研究所研究報告，17，(1996)，pp. 51-63.
- [5] 丸尾孟： 前進速度の無い船体動搖に対する細長船理論の改良，試験水槽委員会第Ⅱ部会資料，(1969).
- [6] Maruo, H. : An improvement of the slender body theory for oscillating ships with zero forward speed, Bulletin of Faculty of Engineering, Yokohama National University, 19, (1970), pp. 45-56.
- [7] Masuya, T. : Calculation of the resistance increase in waves taken into account of the effects of the above water-line hull forms, Proceeding of The 9th International Workshop Methods for the Development and Evaluation of Maritime, 6, (2009), pp. 131-152.
- [8] Journée, J. M. J. : Experiments and calculations on four Wigley hullforms, Delft University of Technology, (*Report/Ship Hydrodynamic Laboratory*; 909), (1992).
- [9] 柏木正，大楠丹：波浪による定常流体力に関する研究，日本造船学会論文集，173，(1993)，pp. 185-194.
- [10] Maruo, H. : Discussions of relative magnitude of governing parameters in the problem of slender ships in waves, Bulletin of Faculty of Engineering, Yokohama National University, 23, (1974), pp. 11-25.
- [11] 木原一，内藤林：大振幅動搖する細長船に働く非線形流体力に関する研究－波浪中抵抗増加に及ぼす水面上船型の影響－，関西造船協会誌，230，(1998)，pp. 185-195.
- [12] 千葉県地域漁業復興プロジェクト漁業復興計画書(九十九里地域まき網漁

業復興部会), 千葉県水産振興公社, 2012.

[13] Kashiwagi, M. : Calculation Formulas for the Wave-Induced Steady Horizontal Force and Yaw Moment on a Ship with Forward Speed, *Report of Research Institute for Applied Mechanics*, Kyushu university, XXXVII(107), (1991), pp. 1-13.

[14] 今井功:応用超関数論 I, 東京図書, 1981.

[15] (社)日本造船学会海洋工学委員会性能部会編:実践浮体の流体力学【前編】—動揺問題の数値計算法—, 成山堂書店, 2003.

[16] 小林正典, 他:船舶の耐航性に関する理論計算プログラム(その1. 理論計算式), 三井造船技報, 82, (1973), pp. 18-51.

[17] Maruo, H. : New approach to the Theory of Slender Ships with Forward Velocity, *Bulletin of Faculty of Engineering, Yokohama National University*, 31, (1981), pp. 85-99.

付録

付録1 造波による船体抵抗の推定式

Fig. A1 に示すように, 船体の平均速度 U で等速に進む座標系 $o-x, y, z$ を考え, x 軸を船尾側, y 軸を左舷側, z 軸を鉛直下向きを正にとる。この座標系は本文中で用いている座標系とは異なることに注意が必要である。

全速度ポテンシャル $\Phi_T(x, y, z; t)$ を次のように表す。

$$\Phi_T = Ux + \Phi_D, \quad \Phi_D = \Phi + \Phi_w \quad (A1)$$

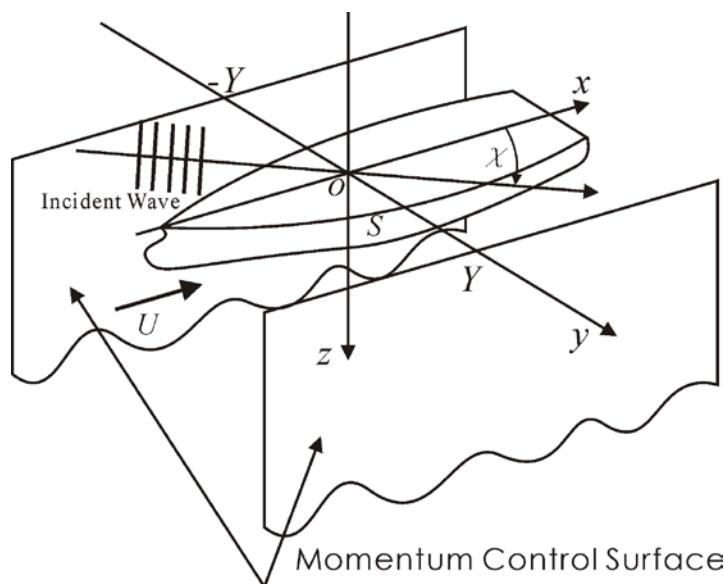


Fig. A1 Coordinate system and the control surfaces.

ここで Φ_w は入射波の速度ポテンシャル, Φ は船体による搅乱の速度ポテンシャルである。時刻 t における Φ を, S を船体没水部の表面として, 次のように表す。

$$\Phi(x, y, z; t) = \int_{-\infty}^t d\tau \iint_S \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} - \Phi \frac{\partial}{\partial n} \right) \hat{G}(x, y, z; x', y', z'; t - \tau) dS \quad (A2)$$

ここで, $\hat{G}(x, y, z; x', y', z'; t)$ は次の条件

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial z^2} &= 0, \quad z < 0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \hat{G} - g \frac{\partial \hat{G}}{\partial z} &= 0, \quad z = 0, \\ \hat{G} = \frac{\partial \hat{G}}{\partial t} &= 0, \quad z = 0, \quad t \leq 0, \\ \hat{G} &\rightarrow 0, \quad z \rightarrow -\infty \end{aligned} \quad (A3)$$

を満足する初期値問題に対する時間領域の Green 関数であり, $\delta(t)$ を Dirac のデルタ関数, $H(t)$ を Heaviside の単位ステップ関数として次式で与えられる。

$$\begin{aligned} G(x, y, z; x', y', z'; t) &= -\frac{1}{4\pi} \delta(t) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right) \\ &\quad - \frac{1}{4\pi^2} H(t) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikUt} \sin(\sqrt[4]{k^2 + l^2} \sqrt{gt}) \frac{e^{-\sqrt{k^2 + l^2} \tilde{z} + ik\tilde{x} + il\tilde{y}}}{\sqrt[4]{k^2 + l^2}} dl dk \end{aligned} \quad (A4)$$

ここで, $R = \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}$, $R' = \sqrt{\tilde{x}'^2 + \tilde{y}'^2 + \tilde{z}'^2}$, $\tilde{x} = x - x'$, $\tilde{y} = y - y'$, $\tilde{z} = z - z'$, $\tilde{z}' = z - z'$ である。

入射波として波振幅 ζ_a , 角周波数 ω , x 軸との出会い角 χ の規則波を考え, 船体の動搖は動搖開始から十分時間が経過して定常状態に達しているものとする。入射波の波面 ζ_w は, 波の谷が原点 o に来た時を位相の規準にとると, $K = \omega^2/g$, $\omega_e = \omega + UK \cos \chi$ として, 次式で表される。

$$\zeta_w(x, y; t) = \zeta_a \cos\{\omega_e t - K(x \cos \chi + y \sin \chi)\} \quad (A5)$$

対応する入射波の速度ポテンシャルは, 次式のようになる。

$$\Phi_w(x, y, z; t) = \frac{g \zeta_a}{\omega} e^{-Kz} \sin\{\omega_e t - K(x \cos \chi + y \sin \chi)\} \quad (A6)$$

このとき, (A1), (A2) 式に含まれる流れを表す関数は, 周期性を持つと考えられるので, Fourier 級数展開できる。即ち,

$$\Phi(x, y, z; t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_n(x, y, z) e^{in\omega_e t} \quad (A7)$$

(A7) 式を (A2) 式に代入し, $t \rightarrow \infty$ とすると, 速度ポテンシャルの n 次成分の係数として次式が得られる。

$$\phi_n(x, y, z) = \iint_S \left(\frac{\partial \phi_n}{\partial n} - \phi_n \frac{\partial}{\partial n} \right) G_n(x, y, z; x', y', z') dS \quad (A8)$$

ここで, $G_n(x, y, z; x', y', z')$ は角周波数 $n\omega_e$ に対する周波数領域の Green 関数になり, 次式で与えられる。

$$G_n(x, y, z; x', y', z') = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right) - \lim_{\mu \rightarrow +0} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\sqrt{k^2 + l^2} \tilde{z} + il\tilde{y} + ik\tilde{x})}{\sqrt{k^2 + l^2} - (n\omega_e + Uk - i\mu)^2/g} dl dk \quad (A9)$$

同様に, (A5), (A6) 式の入射波の波面と速度ポテンシャルを次のように表す。

$$\begin{aligned} \Phi_w(x, y, z; t) &= \sum_{n=-1}^1 \phi_{wn}(x, y, z) e^{in\omega_e t}, \quad \phi_{wn}(x, y, z) = -\frac{i}{2} n \frac{g \zeta_a}{\omega} e^{-Kz - inK(x \cos \chi + y \sin \chi)}, \\ \zeta_w(x, y; t) &= \sum_{n=-1}^1 \zeta_{wn}(x, y) e^{in\omega_e t}, \quad \zeta_{wn}(x, y) = \frac{\zeta_a}{2} e^{-inK(x \cos \chi + y \sin \chi)}, \quad (n = \pm 1) \end{aligned} \quad (A10)$$

以降の式展開は Kashiwagi[13] に準ずるが, 本論文では速度ポテンシャルが (A7) 式のように無限級数で表されている点が異なっている。

Kashiwagi によれば, 波浪中の抵抗 R は次式で求められる。

$$R = -\rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 \left[\overline{\frac{\partial \Phi_D}{\partial x}} \frac{\partial \Phi_D}{\partial y} \right]_Y^Y dz dx \quad (A11)$$

ここで, $\overline{\quad}$ は時間平均を表すものとする。また $\pm Y$ は, Fig. A1 に示すように, 局部搅乱が無視できるほど遠方に, 船体中心面と平行にとった検査面の y 方向の位置を表す。 (A11) 式に (A1) 式を代入すると次式が得られる。

$$R = R_1 + R_2 \quad (A12)$$

$$R_1 = -\rho \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\overline{\frac{\partial \Phi}{\partial x}} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right]_Y^Y dx, \quad R_2 = -\rho \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\overline{\frac{\partial \Phi}{\partial x}} \frac{\partial \Phi_w}{\partial y} + \overline{\frac{\partial \Phi_w}{\partial x}} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right]_Y^Y dx \quad (A13)$$

(A13) 式に (A7), (A10) 式を代入し時間平均をとる。このとき, $\overline{\quad}$ を複素共役として, n 次の物理量 Q_n と $-n$ 次の物理量 Q_{-n} の間には $Q_n = \overline{Q_{-n}}$ の関係がある。

$$\begin{aligned} R_1 &= -\rho \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} \overline{\frac{\partial \phi_m}{\partial x}} e^{im\omega_e t} \right) \cdot \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\partial \phi_n}{\partial y} e^{in\omega_e t} \right) \right]_Y^Y dx = -\rho \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \phi_n}{\partial x} \frac{\partial \phi_{-n}}{\partial y} \right]_Y^Y dx \\ &= -\rho \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \phi_0}{\partial x} \frac{\partial \overline{\phi_0}}{\partial y} \right]_Y^Y dx - 2\rho \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \phi_n}{\partial x} \frac{\partial \overline{\phi_n}}{\partial y} \right]_Y^Y dx \end{aligned} \quad (A14)$$

$$\begin{aligned}
R_2 &= \rho \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\sum_{n=-1}^1 \frac{\partial \phi_{wn}}{\partial y} e^{in\omega_e t} \right) \cdot \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\partial \phi_n}{\partial x} e^{in\omega_e t} \right) + \left(\sum_{n=-1}^1 \frac{\partial \phi_{wn}}{\partial x} e^{in\omega_e t} \right) \cdot \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\partial \phi_n}{\partial y} e^{in\omega_e t} \right) \right]_{-Y}^Y dx \\
&= -\rho \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \bar{\phi}_{w1}}{\partial y} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_{w1}}{\partial y} \frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\phi}_{w1}}{\partial x} \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_{w1}}{\partial x} \frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial y} \right]_{-Y}^Y dx \\
&= -2\rho \operatorname{Re} \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \phi_{w1}}{\partial y} \frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_{w1}}{\partial x} \frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial y} \right]_{-Y}^Y dx \quad (A15)
\end{aligned}$$

ここで、 x に関する Fourier 変換 \mathcal{F} とその逆変換 \mathcal{F}^{-1} を、

$$f^*(k) = \mathcal{F} \{ f(x) \} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx, \quad f(x) = \mathcal{F}^{-1} \{ f^*(k) \} \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f^*(k) e^{ikx} dk \quad (A16)$$

と定義し、Fourier 変換された関数には^{*}を付して表す。

Parseval の定理

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{g(x)} dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f^*(k) \overline{g^*(k)} dk \quad (A17)$$

を用いると、(A14), (A15)式は、それぞれ次のように表すことができる。

$$R_1 = -\frac{\rho}{2\pi} \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right)^* \left(\frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial y} \right)^* \right]_{-Y}^Y dk - \frac{\rho}{\pi} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\frac{\partial \phi_n}{\partial x} \right)^* \left(\frac{\partial \bar{\phi}_n}{\partial y} \right)^* \right]_{-Y}^Y dk \quad (A18)$$

$$R_2 = -\frac{\rho}{\pi} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\frac{\partial \phi_{w1}}{\partial x} \right)^* \left(\frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial y} \right)^* + \left(\frac{\partial \phi_{w1}}{\partial y} \right)^* \left(\frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial x} \right)^* \right]_{-Y}^Y dk \quad (A19)$$

ここで、(A9)式を(A8)式に代入して得られる速度ポテンシャルの遠方場の表現として、発散波成分

$$\phi_n(x, y, z) \sim \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_n(k) H_n(k) \frac{\kappa_{en}(k)}{\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2}} e^{-\kappa_{en}(k)z - is_n(k)\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2}|y| + ikx} dk \quad (A20)$$

を考える。(A20)式の具体的な積分範囲は $(-\infty, k_{1n}]$, $[k_{2n}, k_{3n}]$, $[k_{4n}, \infty)$ であるが、(A20)式の表現では、根号内が負となる積分範囲は除いて考えるものとする。上式に含まれる n 次の Kochin 関数 $H_n(k)$ は次のように表される。

$$H_n(k) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx'} dx' \iint_S \left(\frac{\partial \phi_n}{\partial n} - \phi_n \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{-\kappa_{en}(k)z' + is_n(k)\operatorname{sgn}(y)\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2}y'} dS \quad (A21)$$

(A20)式の Fourier 変換は次式のようになる。

$$\phi_n^*(k; y, z) \sim is_n(k) H_n(k) \frac{\kappa_{en}(k)}{\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2}} e^{-\kappa_{en}(k)z - is_n(k)\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2}|y|} \quad (A22)$$

次に (A22) 式の x, y についての偏微分を求めるが、このとき (A20) 式より $\partial/\partial x = ik$ であることに注意すると、

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \phi_n}{\partial x} \right)^* &\sim -s_n(k) H_n(k) \frac{\kappa_{en}(k)}{\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2}} k e^{-\kappa_{en}(k)z - i s_n(k) \sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2} |y|}, \\ \left(\frac{\partial \bar{\phi}_n}{\partial x} \right)^* &\sim -s_n(k) \overline{H_n(k)} \frac{\kappa_{en}(k)}{\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2}} k e^{-\kappa_{en}(k)z + i s_n(k) \sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2} |y|}, \\ \left(\frac{\partial \bar{\phi}_n}{\partial y} \right)^* &\sim \text{sgn}(y) \overline{H_n(k)} \kappa_{en}(k) e^{-\kappa_{en}(k)z + i s_n(k) \sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2} |y|} \end{aligned} \quad (\text{A23})$$

となる。また (A10) 式より、 $\delta(k)$ を Dirac のデルタ関数とするとき、

$$\begin{aligned} \phi_{w1}^*(k; y, z) &= -\frac{i}{2} \frac{\zeta_a g}{\omega} e^{-Kz - i Ky \sin \chi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k+K \cos \chi)x} dx \\ &= -i\pi \frac{\zeta_a g}{\omega} e^{-Kz - i Ky \sin \chi} \delta(k + K \cos \chi) \\ \left(\frac{\partial \phi_{w1}}{\partial x} \right)^* &= -\pi \omega \zeta_a \cos \chi e^{-Kz - i Ky \sin \chi} \delta(k + K \cos \chi), \end{aligned} \quad (\text{A24})$$

$$\left(\frac{\partial \phi_{w1}}{\partial y} \right)^* = -\pi \omega \zeta_a \sin \chi e^{-Kz - i Ky \sin \chi} \delta(k + K \cos \chi) \quad (\text{A25})$$

である。(A23), (A25) 式を (A18), (A19) 式に代入し、 $n \rightarrow 0$ のとき、 $s_n(k) \rightarrow \text{sgn}(k)$ 、 $k_{1n} \rightarrow -K_0$ 、 $k_{2n}, k_{3n} \rightarrow 0$ 、 $k_{1n} \rightarrow -K_0$ 、 $k_{4n} \rightarrow K_0$ 、 $\kappa_{en}(k) \rightarrow k^2 / K_0$ となることを用いると、

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{\rho}{2\pi} \int_{-\infty}^0 dz \left[\left\{ - \int_{-\infty}^{-K_0} + \int_{K_0}^{\infty} \right\} \text{sgn}(y) |H_0(k)|^2 \frac{k^4 / K_0^2}{\sqrt{k^4 / K_0^2 - k^2}} k e^{-2k^2 / K_0 z} \right]_Y^Y dk \\ &+ \frac{\rho}{\pi} \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[s_n(k) \text{sgn}(y) |H_n(k)|^2 \frac{\kappa_{en}^2(k)}{\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2}} k e^{-2\kappa_{en}(k)z} \right]_Y^Y dk \end{aligned} \quad (\text{A26})$$

$$\begin{aligned} R_2 &= -\rho \omega \zeta_a \text{Re} \int_{-\infty}^0 dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left\{ s_1(k) \frac{k \sin \chi}{\sqrt{\kappa_{e1}^2(k) - k^2}} - \text{sgn}(y) \cos \chi \right\} \right. \\ &\quad \left. \times \overline{H_1(k)} \kappa_{e1}(k) e^{-\{K + \kappa_{e1}(k)\}z - i Ky \sin \chi + i s_1(k) \sqrt{\kappa_{e1}^2(k) - k^2} |y|} \delta(k + K \cos \chi) \right]_Y^Y dk \end{aligned} \quad (\text{A27})$$

(A27) 式の指數関数部において, y に関する $e^{-iKy \sin \chi + i s_1(k) \sqrt{\kappa_{el}^2(k) - k^2} |y|}$ は, y をパラメータにもつ超関数と考えたとき, $y \rightarrow \pm\infty$ の極限ではゼロとなる[14]から, R_2 は y の係数部分がゼロとなる次式が成立する場合にのみ値を持つ。

$$-\operatorname{sgn}(y)K \sin \chi + s_1(k) \sqrt{\kappa_{el}^2(k) - k^2} = 0 \quad (\text{A28})$$

一方で(A27)式はデルタ関数を含むから,

$$k = -K \cos \chi \quad (\text{A29})$$

となり, 結局(A28)式が成立するのは, χ が $y \rightarrow -Y$ に対して $-\pi \leq \chi \leq 0$, $y \rightarrow Y$ に対して $0 \leq \chi \leq \pi$ の範囲にある場合であり, このときにのみ R_2 は値を持つことになる。(A29)式を(A28)式に代入し, $s_1(-K \cos \chi) = 1$ であることを考慮すると, 結局何れの場合にも(A28)式は,

$$K \sin \chi = \sqrt{\kappa_{el}^2(k) - k^2} \quad (\text{A30})$$

と書け, 上式を $\kappa_{el}(k)$ について解くと,

$$\kappa_{el}(k) = K \quad (\text{A31})$$

が得られる。さらに,

$$\int_0^\infty e^{-2\kappa_{en}(k)z} dz = \left[-\frac{e^{-2\kappa_{en}(k)z}}{2\kappa_{en}(k)} \right]_0^\infty = \frac{1}{2\kappa_{en}(k)}, \quad \int_0^\infty e^{-\{K+\kappa_{el}(k)\}z} dz = \frac{1}{K + \kappa_{el}(k)} \quad (\text{A32})$$

の関係と(A30)式の関係を用い, (A26), (A27)式をまとめて書くと, 時間領域における造波による船体抵抗の推定式が次のように得られる。

$$\begin{aligned} R = & \frac{\rho}{\pi} \int_{K_0}^\infty |H_0(k)|^2 \frac{k^2 / K_0}{\sqrt{k^4 / K_0^2 - k^2}} k dk \\ & + \frac{\rho}{\pi} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^\infty \left\{ - \int_{-\infty}^{k_{1n}} + \int_{k_{2n}}^{k_{3n}} + \int_{k_{4n}}^\infty \right\} |H_n(k)|^2 \frac{\kappa_{en}(k)}{\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2}} k dk \\ & + 2\rho\omega\zeta_a \cos \chi \operatorname{Re} \left[\overline{H_1(-K \cos \chi)} \right] \end{aligned} \quad (\text{A33})$$

上式右辺第3項は, エネルギー原理を用いてさらに書き換えることができる。Kashiwagi[13]によると, Fig. A1 に示す検査面上で次の関係が成り立つ。

$$\int_0^\infty dz \int_{-\infty}^\infty \left[\overline{\frac{\partial \Phi_D}{\partial t} \frac{\partial \Phi_D}{\partial y}} \right]_Y^Y dx = 0 \quad (\text{A34})$$

上式左辺に(A7), (A10)式を代入して時間平均をとると,

$$\int_0^\infty dz \int_{-\infty}^\infty \left[\overline{\left(\sum_{n=-\infty}^\infty i\omega_e \phi_n e^{in\omega_e t} + \sum_{n=-1}^1 i\omega_e \phi_{wn} e^{in\omega_e t} \right) \left(\sum_{n=-\infty}^\infty \frac{\partial \phi_n}{\partial y} e^{in\omega_e t} + \sum_{n=-1}^1 \frac{\partial \phi_{wn}}{\partial y} e^{in\omega_e t} \right)} \right]_Y^Y dx$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \operatorname{Re} \int_0^\infty dz \int_{-\infty}^\infty \left[\sum_{n=1}^\infty i n \omega_e \phi_n \frac{\partial \bar{\phi}_n}{\partial y} + i \omega_e \phi_{w1} \frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial y} - i \omega_e \frac{\partial \phi_{w1}}{\partial y} \bar{\phi}_1 \right]_{-Y}^Y dx \\
&= -2 \omega_e \operatorname{Im} \int_0^\infty dz \int_{-\infty}^\infty \left[\sum_{n=1}^\infty n \phi_n^* \left(\frac{\partial \bar{\phi}_n}{\partial y} \right)^* + \phi_{w1}^* \left(\frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial y} \right)^* - \left(\frac{\partial \phi_{w1}}{\partial y} \right)^* \bar{\phi}_1^* \right]_{-Y}^Y dx = 0 \quad (\text{A35})
\end{aligned}$$

Perseval の定理を用いると、(A35)式は次のように書ける。

$$= -\frac{\omega_e}{\pi} \operatorname{Im} \int_0^\infty dz \int_{-\infty}^\infty \left[\sum_{n=1}^\infty n \phi_n^* \left(\frac{\partial \bar{\phi}_n}{\partial y} \right)^* + \phi_{w1}^* \left(\frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial y} \right)^* - \left(\frac{\partial \phi_{w1}}{\partial y} \right)^* \bar{\phi}_1^* \right]_{-Y}^Y dk = 0 \quad (\text{A36})$$

(A36)式大括弧内第 2, 3 項を右辺に移項すると次式となる。

$$\operatorname{Im} \int_0^\infty dz \int_{-\infty}^\infty \left[\sum_{n=1}^\infty n \phi_n^* \left(\frac{\partial \bar{\phi}_n}{\partial y} \right)^* \right]_{-Y}^Y dk = -\operatorname{Im} \int_0^\infty dz \int_{-\infty}^\infty \left[\phi_{w1}^* \left(\frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial y} \right)^* - \left(\frac{\partial \phi_{w1}}{\partial y} \right)^* \bar{\phi}_1^* \right]_{-Y}^Y dk \quad (\text{A37})$$

さらに、(A37)式に(A22)～(A25)式を代入し、(A28)式と同様に(A29)～(A32)式の関係を用いると、(A37)式は次のように表される。

$$\operatorname{Re} \sum_{n=1}^\infty n \int_{-\infty}^\infty s_n(k) |H_n(k)|^2 \frac{\kappa_{en}(k)}{\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2}} dk = 2\pi \bar{\zeta}_w \frac{g}{\omega} \operatorname{Re} \left[\overline{H_1(-K \cos \chi)} \right] \quad (\text{A38})$$

上式両辺に $\rho K \cos \chi / \pi$ を乗じ、(A33)式右辺第 3 項に代入し、(A38)式左辺が常に実数値をとることを考慮すると、最終的に次式が得られる。

$$\begin{aligned}
R &= \frac{\rho}{\pi} \int_{K_0}^\infty |H_0(k)|^2 \frac{k^2 / K_0}{\sqrt{k^4 / K_0^2 - k^2}} k dk \\
&+ \frac{\rho}{\pi} \sum_{n=1}^\infty \left\{ - \int_{-\infty}^{k_{1n}} + \int_{k_{2n}}^{k_{3n}} + \int_{k_{4n}}^\infty \right\} |H_n(k)|^2 \frac{\kappa_{en}^2(k)}{\sqrt{\kappa_{en}^2(k) - k^2}} (k + nK \cos \chi) dk \quad (\text{A39})
\end{aligned}$$

上式は、周期的な線形流場に対する時間領域の造波による船体抵抗を表しており、流場全体が单一周期の規則波を入射波とした線形流場の場合には、 $n \geq 2$ の高次項はゼロとなる。本研究では、(A39)式を細長船理論の遠場解から計算される船体抵抗の表示式とするが、内部解には非線形性を考慮するため、 $H_n(k)$ の高次項が存在する。本研究の推定式は両者を接合して構成しており、 $n = 0$ の項に入射波や船体運動の影響が現れ、 $n \geq 2$ の高次項も存在する。

付録2 (10)式右辺の導出

本文(10)式左辺の積分は、以下のような複素積分を考えることにより右辺の関数形を得ることができる。まず、 $x > 0$ の場合を考えると、(10)式左辺は、

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} s_n(k) e^{ikx} dk &= - \int_{-\infty}^{-\tau_{en}} e^{ikx} dk + \int_{-\tau_{en}}^{\infty} e^{ikx} dk = - \int_{\tau_{en}}^{\infty} e^{-ikx} dk + \int_{-\tau_{en}}^{\infty} e^{ikx} dk \\
&= 2i \int_{\tau_{en}}^{\infty} \sin(kx) dk + \int_{-\tau_{en}}^{\infty} e^{ikx} dk = 2i \operatorname{Im} \left[\int_{\tau_{en}}^{\infty} e^{ikx} dk \right] + \int_{-\tau_{en}}^{\infty} e^{ikx} dk \quad (\text{A40})
\end{aligned}$$

と表される。上式右辺第 1 項の積分は、Fig. A2 に示す複素平面上の第 1 象限にとった積分路を用い、Jordan の補助定理を適用すれば、次のように計算される。

$$\begin{aligned}
\operatorname{Im} \left[\int_{\tau_{en}}^{\infty} e^{ikx} dk \right] &= \operatorname{Im} \left[\int_0^{\infty} e^{ikx} dk - \int_0^{\tau_{en}} e^{ikx} dk \right] = \operatorname{Im} \left[\int_0^{i\infty} e^{ikx} dk - \int_0^{\tau_{en}} e^{ikx} dk \right] \\
&= \operatorname{Im} \left[\frac{i}{x} e^{i\tau_{en}x} \right] = \frac{\cos(\tau_{en}x)}{x} \quad (\text{A41})
\end{aligned}$$

次に (A40) 式右辺第 2 項は、

$$\int_{-\tau_{en}}^{\tau_{en}} e^{ikx} dk = \frac{2}{x} \sin(\tau_{en}x) \quad (\text{A42})$$

となるので、(A41), (A42) 式をまとめると次式が得られる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_n(k) e^{ikx} dk = \frac{2i}{x} e^{-i\tau_{en}x} \quad (\text{A43})$$

$x < 0$ の場合は、Fig. A2 に示す第 4 象限にとった積分路を用いて同様の演算を行うことにより、次式を得ることができる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_n(k) e^{ikx} dk = \frac{2i}{x} e^{-i\tau_{en}x} \quad (\text{A44})$$

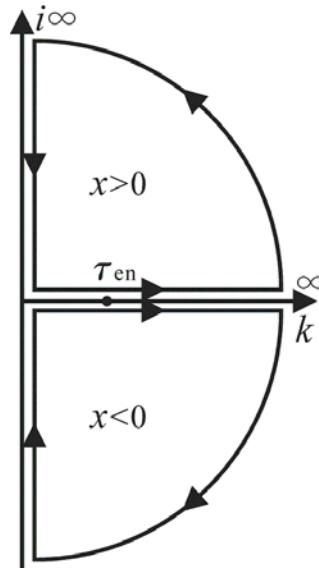


Fig. A2 Integral paths of the Eq. (A41) in complex k -plane.

受付日 2013年7月10日

受理日 2013年10月25日

著者略歴

1983 横浜国立大学工学部船舶海洋工学科卒業

1986 東京大学大学院工学系研究科修士課程船舶工学専門課程修了

1986 水産庁 水産工学研究所 漁船工学部 船体性能研究室

1995 同上 漁船工学部 主任研究官

1997 同上 漁船工学部 海洋測器研究室長

1998 同上 漁業生産工学部 船体研究室長

2010 同上 漁業生産・情報工学部 漁船工学グループ 船体研究チーム長

2011 同上 漁業生産工学部 漁船工学グループ 主幹研究員

研究対象：船舶・海洋構造物の造波問題，水棲生物の音響散乱モデル

所属学会：日本船舶海洋工学会，数理水産科学会，日本水産工学会